

XXVI ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО ЭКОНОМИКЕ
Муниципальный этап

ТУР II. ЗАДАЧИ

РЕШЕНИЯ

Решение задач необходимо писать разборчиво. Ход решения должен быть кратко прокомментирован и обоснован, в каждой задаче четко выделен ответ.

Максимальное количество баллов – 90

Время решения задач - 140 минут

(6 задач, 90 баллов)

Задача 1 (15 баллов).

Для совершения покупок у Иванова есть две банковских карты: дебетовая и кредитная. Сегодня он решил купить велотренажер на сумму 20 тыс. руб. Если оплатить покупку кредитной картой (кредитный лимит позволяет), то ему придется вернуть деньги банку через N дней, чтобы не выйти из льготного периода, в течение которого можно бесплатно погашать кредит. Также в этом случае через 1 месяц банк выплатит кешбэк в размере 0,5 % от стоимости покупки. Если Иванов оплатит покупку дебетовой картой (денег на карте достаточно), то через 1 месяц получит кешбэк в размере 1% от стоимости покупки.

Годовая ставка процента на среднемесячный остаток денежных средств на дебетовой карте составляет 6% годовых (считайте для простоты, что в каждом месяце 30 дней, выплата процентов на карту происходит в конце каждого месяца, а начисленные на остаток денежных средств проценты не капитализируются).

Определите, при каком наименьшем количестве дней N , при прочих равных условиях, выгоднее заплатить за данную покупку велотренажера кредитной картой.

Решение:

При оплате кредитной картой сумма в 20 тыс. руб. будет находиться на дебетовой карте N дней, что принесет Иванову:

$$\frac{6N}{100 \cdot 12 \cdot 30} \cdot 20000 \text{ руб. в виде процентов на остаток денежных средств.}$$

Также Иванов получит: $20\,000 \times 0,005 = 100$ руб. за счет кешбэка. **(7 баллов)**

При оплате дебетовой картой он получит через 1 месяц кешбэк в размере 200 руб.

Чтобы было выгоднее заплатить за покупку велотренажера дебетовой картой, должно быть выполнено неравенство:

$$\frac{6N}{100 \cdot 12 \cdot 30} \cdot 20000 + 100 > 200. \text{ Оно справедливо, если } N > 30.$$

Таким образом, наименьшее число дней льготного периода, при котором данную покупку выгоднее оплатить кредитной картой, составляет 31 день. **(8 баллов)**

Ответ: 31 день.

Задача 2 (15 баллов).

Три подружки на даче пошли собирать ягоды. Маша может собрать 120 стаканов ежевики либо, за то же время, 200 стаканов смородины. Возможности Тани заданы выражением $Q_c = 150 - 2,5Q_e$, где Q_e - количество стаканов ежевики, а Q_c – смородины за то же время. Валя может собрать 80 стаканов ежевики, при этом альтернативные издержки сбора одного стакана ежевики составляют 1,75 стакана смородины.

1) Постройте совместную КПВ сбора ягод для Маши, Тани и Валя и определите аналитический вид функции производственных возможностей.

2) Определите, в каких из двух видов работы и у кого имеются абсолютные и сравнительные преимущества. Обоснуйте свой ответ.

3) Как подружки должны распределить всю работу по сбору смородины и ежевики, если им необходимо собрать 300 стаканов смородины? Сколько стаканов ежевики они успеют собрать?

Решение:

1) Рассчитаем альтернативные издержки (АИ) сбора ежевики, выраженные в количестве стаканов смородины для каждой подружки.

Из функции производственных возможностей Тани определим максимально возможное количество смородины и альтернативные издержки ее сбора.

$$Q_c = 150 - 2,5Q_e$$

Максимальное количество смородины, которое может собрать Таня, - 150 стаканов. Угловой коэффициент линейной функции производственных возможностей показывает альтернативные издержки сбора ежевики => максимальное количество ежевики равно 60 (150/2,5).

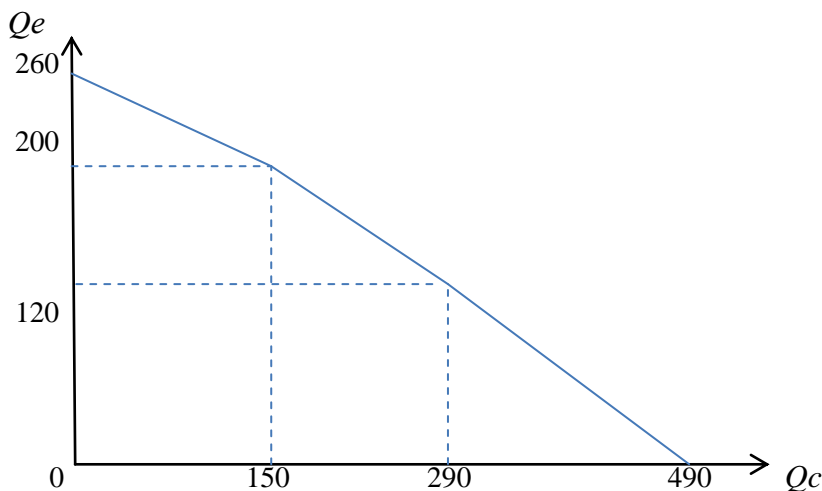
Количество смородины, которое может собрать Валя (из условия):

$$80 * 1,75 = 140 \text{ стаканов смородины.}$$

Представим данные и полученные результаты в таблице:

	Маша	Таня	Валя	Сумма
Смородина Q_c	200	150	140	490
Ежевика Q_e	120	60	80	260
АИ _e	1,67	2,5	1,75	
АИ _c	0,6	0,4	0,57	

Общая КПВ строится по принципу возрастания альтернативных издержек:



Аналитический вид функции общих производственных возможностей:

$$Q_e = \begin{cases} -0,4Q_c + 260, & 0 \leq Q_c \leq 150 \\ -0,57Q_c + 285,5, & 150 \leq Q_c \leq 290 \\ -0,6Q_c + 294, & 290 \leq Q_c \leq 490 \end{cases}$$

(7 баллов)

2) Абсолютные преимущества в обоих видах работы имеет Маша, так как при одинаковых затратах времени она собирает больше и ежевики, и смородины. Она же имеет сравнительные преимущества в сборе ежевики: у нее минимальные альтернативные издержки в сборе этой ягоды. Сравнительные преимущества в смородине – у Тани, у нее наименьшие потери ежевики.

(4 балла)

3) Разделение труда:

Валя и Таня собирают смородину (290 стаканов), а 10 соберет Маша. Она же оставшееся время будет собирать ежевику.

Точка с координатой $Q_c = 300$ принадлежит нижнему отрезку ломаной:

$$Q_e = -0,6 \cdot 300 + 294 = 114 \text{ (стаканов ежевики).}$$

Ответ: 114 стаканов ежевики.

(4 балла)

Задача 3 (15 баллов).

Функция предложения яблок имеет вид $Q_s = 100P - 300$, где Q_s – величина рыночного предложения яблок в килограммах, а P – цена одного килограмма яблок (д.е.). Яблоки приобретают множество потребителей, каждый из которых имеет индивидуальную функцию спроса $Q_d = 12 - P$, где Q_d – величина индивидуального спроса каждого потребителя на яблоки, в кг. Известно, что в равновесии суммарная выручка производителей яблок составила 1800 д.е.

1) Найдите равновесную рыночную цену.

2) Определите число потребителей на рынке.

Решение:

1) Зная равновесную выручку (TR), можно найти равновесную цену товара:

$$TR = P \cdot Q = 1800$$

$$P \cdot (100P - 300) = 1800$$

$$P \cdot (100P - 300) - 1800 = 0.$$

Это квадратное уравнение имеет два корня: -3 и 6 .

Следовательно, равновесная цена $P_e = 6$.

(5 баллов)

2) Подставив цену в функцию предложения, находим равновесное количество товара

$$Q = 100 \cdot 6 - 300 = 300$$

(2 балла)

Величина спроса одного потребителя по такой цене составляет $Q_d = 12 - 6 = 6$

(3 балла)

Таким образом, каждый из потребителей покупает шесть единиц товара, а всего на рынке приобретается 300 единиц товара. Следовательно, общее число потребителей на рынке составляет: $300:6 = 50$.

(5 баллов)

Ответ: 50 потребителей.

Задача 4 (15 баллов).

В стране А существуют только две категории населения – ремесленники и чиновники, при этом на четырех ремесленников приходится один чиновник. Все ремесленники получают равный по размеру доход, из которого по равной ставке подоходного налога изымаются средства на содержание чиновников. Доходы чиновников также равны между собой, при этом, разумеется, превышая чистый доход ремесленников. Чиновники никаких налогов не платят. Если на основе чистых доходов ремесленников и доходов чиновников построить кривую Лоренца и рассчитать коэффициент Джини, то он окажется равным 0,2.

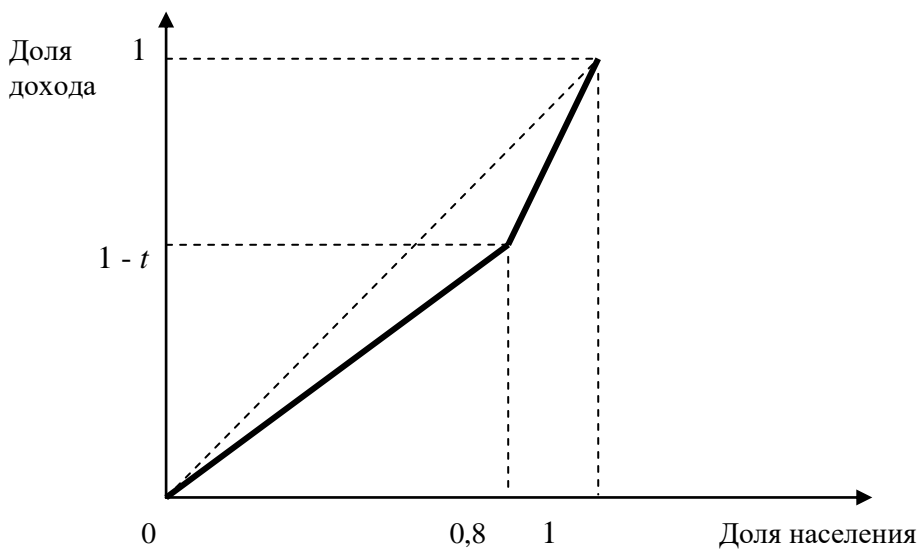
- 1) Как будет выглядеть кривая Лоренца?
- 2) Определите ставку подоходного налога для ремесленников.

Решение:

Пусть ставка подоходного налога для ремесленников равна t (в долях), а суммарные доходы ремесленников до налогообложения равны M . В этом случае суммарные чистые доходы ремесленников составят $M \cdot (1 - t)$, а доходы чиновников – $M \cdot t$. Доля чистого дохода ремесленников в общем доходе будет равна:

$$\frac{M(1-t)}{M} = 1 - t.$$

Кривая Лоренца будет выглядеть следующим образом:



(8 баллов)

Коэффициент Джини в модели с двумя группами населения:

$$G = x - y,$$

где x – доля беднейшей группы в общей численности населения;

y - доля беднейшей группы в совокупном доходе населения.

$$G = 0,8 - (1 - t) = 0,2 \Rightarrow t = 0,4.$$

(7 баллов)

Ответ: 40%.

Задача 5 (15 баллов).

В Абсурдии шляпы считаются предметом роскоши и атрибутом западного образа жизни. Поэтому однажды правительство решило обложить производителей шляп потоварным налогом. Функции спроса и предложения на рынке мужских шляп имеют вид:

$$Q_M^d = 270 - P_M; \quad Q_M^s = 1,5P_M.$$

$$\text{На рынке женских шляп: } Q_W^d = 540 - 3P_W; \quad Q_W^s = P_W.$$

Чтобы не создавать дискриминации по половому признаку, правительство решило установить одинаковый налог для производителей тех и других шляп. При какой ставке потоварного налога правительство получит максимальную сумму налоговых поступлений от всех производителей шляп?

Решение:

Пусть t – потоварный налог. Условие равновесия на рынке мужских шляп:

$$270 - P_M = 1,5(P_M - t).$$

$$P_M = 108 + 0,6t.$$

$$Q_M = 270 - P_M = 162 - 0,6t.$$

Общая сумма налоговых поступлений на рынке мужских шляп:

$$T_M = t \cdot Q_M = 162t - 0,6t^2.$$

(5 баллов)

Условие равновесия на рынке женских шляп:

$$540 - 3P_W = P_W - t.$$

$$P_W = 135 + 0,25t.$$

$$Q_W = 540 - 3P_W = 540 - 405 - 0,75t = 135 - 0,75t.$$

Общая сумма налоговых поступлений на рынке женских шляп:

$$T_W = t \cdot Q_W = 135t - 0,75t^2.$$

(5 баллов)

Общая сумма налоговых поступлений на двух рынках:

$$T = T_M + T_W = 297t - 1,35t^2.$$

Максимум T достигается при условии:

$$297 - 2,7t = 0.$$

$$t = 110.$$

(5 баллов)

Ответ: 110.

Задача 6 (15 баллов).

Фирма-монополистический конкурент проводит рекламную кампанию на телевидении, в результате чего ее издержки на рекламу увеличились с 240 до 500 в месяц. При этом месячная кривая спроса на продукт фирмы переместилась из положения $D_1: Q_D = 80 - P$, - в положение $D_2: Q_D = 70 - 0,5P$. Предельные издержки фирмы постоянны и составляют 16. Определите:

- 1) равновесный выпуск, цену и прибыль фирмы до начала рекламной кампании.
- 2) равновесный выпуск, цену и прибыль фирмы в период рекламной кампании.
- 3) успешна ли проводимая рекламная кампания?

Решение:

1) Пусть постоянные издержки за вычетом расходов на рекламу - FC_0 , функция общих издержек до начала рекламной кампании:

$$TC = FC_0 + 240 + 16Q$$

$$(AVC = \text{const} \Rightarrow VC = AVC \cdot Q; MC = AVC = 16),$$

$$TR = Q*(80 - Q) \Rightarrow MR = 80 - 2Q.$$

Условие максимизации прибыли $MR(Q) = MC(Q)$ (функция прибыли квадратичная, можно ее составить и максимизировать). Равновесный выпуск до начала кампании:

$$16 = 80 - 2Q$$

$$Q = 32 \quad P = 80 - Q = 48$$

Прибыль до увеличения расходов на рекламную кампанию:

$$\pi_1 = 32 * (80 - 32) - FC_0 - 240 + 16 * 32 = 784 - FC_0. \quad (8 \text{ баллов})$$

2) Равновесный выпуск фирмы в результате увеличения затрат на рекламную кампанию

$$MR = 140 - 4Q.$$

$$16 = 140 - 4Q,$$

$$Q = 31$$

$$P = 140 - 2 * 31 = 78$$

Прибыль в результате увеличения затрат на рекламную кампанию:

$$\pi_2 = 31 * (140 - 2 * 31) - FC_0 - 500 - 16 * 31 = 1422 - FC_0. \quad (6 \text{ баллов})$$

3) Несмотря на то, что выпуск фирмы сократился на единицу, ее прибыль увеличилась на 638 ден. ед. за месяц. Рекламная кампания проводится успешно. (1 балл)

Ответ: 1) $Q = 32, P = 48, \pi_1 = 784 - FC_0$;

2) $Q = 31, P = 78, \pi_2 = 1422 - FC_0$;

3) рекламная кампания проводится успешно.