

XXIX ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО ЭКОНОМИКЕ
Муниципальный этап, 10-11 класс

ТУР II. ЗАДАЧИ

С РЕШЕНИЯМИ

Решение задач необходимо писать разборчиво. Ход решения должен быть кратко прокомментирован и обоснован, в каждой задаче четко выделен ответ.

Максимальное количество баллов – 60

Время решения задач - 140 минут

(5 задач, 60 баллов)

Задача 1 (12 баллов).

Функции спроса на продукцию фирмы Т&С и её общих издержек производства являются линейными. В настоящий момент при объеме выпуска равном 10 единиц продукции фирма получает прибыль в размере 100 млн. рублей. Аналитики фирмы установили, что увеличение выпуска в два раза увеличит прибыль тоже в два раза, а двукратное сокращение выпуска сократит её в восемь раз. Определите, какой объем продукции следует выпускать фирме Т&С для получения максимальной прибыли.

Решение:

По условию: $Q_d = a - bP$ $TC = cQ + d$ **(1 балл)**

Прибыль фирмы $\pi(Q) = TR(Q) - TC(Q)$

$$\pi(Q) = (a - bQ)Q - cQ - d = -bQ^2 + (a - c)Q - d \rightarrow \max$$

(1 балл)

По условию: $100 = (a - c)10 - 100b - d$

$$100 \cdot 2 = (a - c)20 - 400b - d$$

$$\frac{100}{8} = (a - c)5 - 25b - d$$

(3 балла)

Решением этой системы из трех уравнений с тремя неизвестными (b , $(a - c)$, d) являются значения:

$$b = \frac{1}{2}, \quad (a - c) = 25, \quad d = 100.$$

(3 балла)

Функция прибыли имеет вид: $\pi = -\frac{1}{2}Q^2 + 25Q - 100$ **(1 балл)**

График – парабола с ветвями вниз, вершина – в максимуме: **(1 балл)**
при $Q^* = 25$ **(2 балла)**

Ответ: $Q^* = 25$ единиц продукции.

Задача 2 (12 баллов).

На рынке товара К выполняются законы спроса и предложения. Известно, что произведение показателей эластичности спроса и предложения по цене постоянно и равно (-1) , а их сумма также постоянна и равна 0. Выручка производителей в условиях рыночного равновесия равна 200. Если государство установит потоварный налог на производителя в размере 3 ед. за каждую проданную единицу товара, то равновесная цена вырастет в 2 раза. Определите равновесное количество товара до вмешательства государства.

Решение:

Из условия следует, что эластичность предложения по цене постоянна и равна 1, а эластичность спроса тоже постоянна и равна (-1) . Следовательно, функции спроса и предложения имеют вид:

$$D: Q_d = \frac{a}{P}, \quad S: Q_s = b \cdot P, \quad \text{где } a \text{ и } b \text{ – константы} \quad (4 \text{ балла})$$

$$\text{Выручка производителя: } TR = P \cdot Q = P \cdot \frac{a}{P} = a = 200. \quad (1 \text{ балл})$$

$$\text{Поэтому функция спроса: } Q_d = \frac{200}{P} \quad (1 \text{ балл})$$

$$\text{До вмешательства государства: } \frac{200}{P_0} = b \cdot P_0$$

$$\text{После вмешательства государства: } \frac{200}{2P_0} = b \cdot (2P_0 - 3) \quad (2 \text{ балла})$$

$$\text{Решением системы из двух последних уравнений является } P_0 = 2. \quad (3 \text{ балла})$$

$$\text{Следовательно, } Q_0 = 100. \quad (1 \text{ балл})$$

Ответ: до вмешательства государства $Q_0 = 100$.

Задача 3 (12 баллов).

В экономике страны С общая численность населения составляет 300 млн. человек, при этом трудоспособное население – 250 млн., фрикционных, структурных и циклических безработных – 7 млн., 8 млн. и 10 млн., соответственно. В настоящее время работает по найму 135 млн., предпринимательской деятельностью занято 40 млн. человек. В сопоставимых ценах фактический ВВП равен 1770 млрд.ден.ед., а потенциальный ВВП – 2000 млрд.ден.ед. Определите коэффициент Оукена.

Решение: Закон Оукена

$$\frac{Y - Y^*}{Y^*} = -\beta(u - u^*) \quad (2 \text{ балла})$$

$$u - u^* = u'_{\text{цикл}} \quad (1 \text{ балл})$$

$$u = \frac{u.}{L} 100\% \quad (2 \text{ балла})$$

где L - экономически активное население ($L = \text{занятые } (s) + \text{безработные } (u)$)

$$L = 175 + (7 + 8 + 10) = 200 \text{ (млн. чел.)} \quad (2 \text{ балла})$$

$$u = \frac{10}{200} 100\% = 5\%. \quad (2 \text{ балла})$$

$$\frac{1770 - 2000}{2000} 100\% = -\beta \times 5\%.$$

$$\beta = 2,3. \quad (3 \text{ балла})$$

Ответ: коэффициент Оукена равен 2,3.

Задача 4 (12 баллов).

Рынок товара G является совершенно конкурентным. Функция издержек типичной фирмы отрасли G , получающей положительную экономическую прибыль, описывается уравнением $TC = 2q^2$. Прибыль от производства и реализации товара G стала стимулом для предпринимателей, занятых в других отраслях, перейти в отрасль G . Поэтому в текущем году в эту отрасль проникло несколько новых фирм с аналогичной технологией, что привело к снижению рыночной цены на 20%.

1) На сколько процентов изменилась прибыль типичной фирмы?

2) Продолжится ли расширение отрасли, то есть будут ли сохраняться стимулы к дальнейшему расширению отрасли G ?

Решение:

$$1) \pi = pq - q^2 \rightarrow \max \Rightarrow p = 4q \Rightarrow q = \frac{p}{4} \Rightarrow \pi = \frac{p^2}{4} - \frac{p^2}{8} = \frac{p^2}{8}. \quad (5 \text{ баллов})$$

$$\frac{\pi_1}{\pi_0} = \frac{p_1^2}{p_0^2} = 0,8^2 = 0,64. \quad (3 \text{ балла})$$

Прибыль типичной фирмы снизится на 36%.

(1 балл)

2) Отрасль G будет расширяться, т.к. положительная экономическая прибыль типичной фирмы снизилась, но не до 0 или менее.

(3 балла)

Ответ: 1) прибыль типичной фирмы снизится 36%;
2) отрасль G будет расширяться.

Задача 5 (12 баллов).

Товар T производится фирмой Гамма, монополизировавшей отраслевой рынок этого продукта. Функция издержек производства имеет вид: $TC = 20Q + 1,5Q^2 + 2$, где Q – объем производства (в тыс. ед.). Спрос на товар T задается функцией $Q_D = 30 - P$, где P – цена (ден. ед.), Q – количество в год (тыс. ед.).

Производство товара T сопровождается вредными для окружающей среды отходами. Экологи подсчитали, что предельно допустимый уровень загрязнения не превышает, если объем производства не превосходит 1000 ед. в год. Поэтому власти ввели абсолютный налог (ден. ед.) на производителя, уплачиваемый с каждой единицы производимого товара, что позволило сократить объем производства до 1000 ед. в год.

Недавно на рынке появилось оборудование, позволяющее полностью ликвидировать отходы производства. Государство готово предоставить для покупки этого оборудования беспроцентный кредит на 8 лет. Срок службы этого оборудования также 8 лет, при этом текущие затраты, связанные с ликвидацией отходов, составят 2 ден. ед. на единицу товара.

Сколько должно стоить это оборудование, чтобы фирме Гамма было выгодно его приобрести?

Решение:

Монополисту будет выгодно купить оборудование, если в результате этого его прибыль увеличится по сравнению с текущей ситуацией. Определим, какую прибыль получает монополист в текущий момент. Не используя очистного оборудования, монополист загрязняет окружающую среду и вынужден платить налог. Поэтому он принимает решение о максимизирующем прибыль объеме производства, учитывая, что функция его издержек отличается от исходной на величину совокупных налоговых выплат:

$$TC_1 = 20Q + 1,5Q^2 + 2 + t \cdot Q, \quad (1 \text{ балл})$$

где t – величина потоварного налога.

Монополист выбирает такой объем производства, при котором $MC_1 = MR$.

$$MC_1 = TC_1' = 20 + 3Q + t.$$

Поскольку $TR = 30Q - Q^2$, то $MR = 30 - 2Q \Rightarrow$

$$\Rightarrow 20 + 3Q + t = 30 - 2Q. \quad (2 \text{ балла})$$

При этом известно, что в этих условиях монополист выбирает $Q_1 = 1$ тыс. ед.

Следовательно, $23 + t = 30 - 2 \Rightarrow t = 5. \quad (1 \text{ балл})$

Тогда прибыль равна

$$\pi_1 = TR - TC_1 = 30 - 1 - 20 - 1,5 - 2 - 5 = 0,5 \quad (2 \text{ балла})$$

$$\pi_1 = 0,5$$

Если же монополист установит очистное оборудование, то налог ему платить не придется, и его издержки уменьшатся на величину совокупных налоговых выплат. Но одновременно они увеличатся на величину амортизации очистного сооружения (затраты на оборудование включаются в издержки в размере амортизации) и затрат, связанных с ликвидацией отходов ($2Q$):

$$TC_2 = 20Q + 1,5Q^2 + 2 + X/8 + 2Q, \quad (1 \text{ балл})$$

где X – стоимость очистного оборудования.

Функция рыночного спроса не меняется, следовательно, функции валового и предельного дохода остаются прежними. Тогда новый выбор монополиста относительно объема производства определяется условием $MC_2 = MR$,

$$MC_2 = TC_2' = 20 + 3Q + 2,$$

$$MR = 30 - 2Q \Rightarrow 22 + 3Q = 30 - 2Q \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Q_2 = 1,6. \quad (2 \text{ балла})$$

Прибыль при этом объеме производства определяется следующим образом:

$$\pi_2 = 30Q - Q^2 - 20Q - 1,5Q^2 - 2 - X/8 - 2Q = 4,4 - X/8.$$

$$\pi_2 = 4,4 - X/8. \quad (1 \text{ балл})$$

Чтобы монополисту было выгодно купить очистное оборудование, необходимо, чтобы

$$\pi_2 \geq \pi_1 \Rightarrow 4,4 - X/8 \geq 0,5 \quad (1 \text{ балл})$$

$$X \leq 31,2. \quad (1 \text{ балл})$$

Ответ: оборудование должно стоить не дороже 31,2 ден. ед.