

**Решения задач муниципального этапа  
всероссийской олимпиады школьников  
по математике**

**2023–2024 учебный год**

**Ижевск, 2023**

---

## **РЕКОМЕНДАЦИИ К ПРОВЕРКЕ**

Список задач для каждого класса состоит из пяти заданий разной сложности. Каждая задача оценивается максимально в 7 баллов. При этом частичное продвижение в решении задачи также должно быть оценено определённым количеством баллов (не более 7). Для согласованности оценок к каждой задаче приведены критерии оценки. Почти у всех задач критерии написаны на основании «приведённого» к задаче решения. В случае «другого» решения нужно выработать другие критерии в соответствии с общими требованиями к критериям.

## 7 КЛАСС

1. Замените цифрами буквы  $A, B, C, D$  так, чтобы получилось верное равенство:

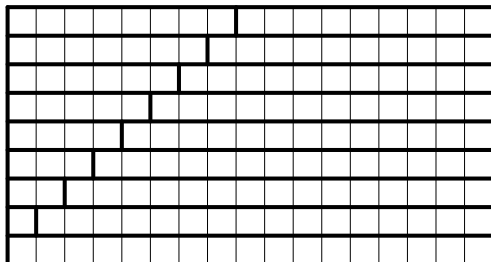
$$AAAA + BBB - CC + D = 2023.$$

*Ответ:*  $1111 + 999 - 88 + 1 = 2023.$

### *Критерии оценки.*

- 1) Для получения полного балла (7 баллов за задачу) достаточно наличие верного примера.
2. Составьте из прямоугольников  $1 \times 1, 1 \times 2, 1 \times 3, \dots, 1 \times 17$  прямоугольник, каждая сторона которого больше 1.

*Ответ:* например, прямоугольник размером  $9 \times 17$ .



### *Критерии оценки.*

- 1) Задача имеет много решений. Любой правильный способ оценивается в 7 баллов.
3. Маше задано выучить английские глаголы и существительные. Утром она выучила  $1/12$  всех глаголов и  $1/16$  всех существительных, всего 5 слов. Вечером она выучила ещё  $1/4$  всех оставшихся глаголов и  $1/5$  всех оставшихся существительных. Оказалось, что вечером Маша выучила на 8 глаголов больше, чем существительных. Сколько существительных и сколько глаголов было задано Маше?

*Ответ:* 48 глаголов и 16 существительных.

*Решение.* В первый день Маша выучила  $\frac{1}{12}$  всех глаголов. Следовательно, число глаголов, которое было задано, кратно 12. Следовательно, Маше осталось выучить  $\frac{11}{12}$  часть заданных глаголов. Во второй день она выучила  $\frac{1}{4}$  часть от  $\frac{11}{12}$  оставшихся глаголов, т. е.  $\frac{11}{48}$  от заданных. Т.к. 11 и 48 взаимно простые числа, то число глаголов, которое надо было выучить Маше, кратно 48. Следовательно, число заданных глаголов равно 48 (во всех остальных случаях число глаголов, выученных в первый день больше 5, что противоречит условию задачи). Аналогично вычисляется число существительных.

***Критерии оценки.***

- 1) При наличии арифметических ошибок в решении ставить не более 3 баллов.
  - 2) Если отсутствует ссылка на взаимную простоту чисел, за решение снимать 2 балла.
4. В футбольном турнире участвовало 20 команд (каждая команда сыграла с другими по одному матчу). Могло ли в результате оказаться так, что каждая из команд-участниц выиграла столько же матчей, сколько сыграла вничью?

*Ответ:* не могло.

*Решение.* Пусть суммарное количество побед всех команд-участниц турнира равно  $n$ , тогда суммарное количество их поражений также равно  $n$ . Предположим, что у каждой команды такое же количество ничьих, как и побед, тогда суммарное количество ничьих в таблице результатов турнира также равно  $n$ . При таком подсчёте каждый матч был учтён дважды, т. е. сумма всех побед, ничьих и поражений в таблице результатов равна  $20 \cdot 19$ . Но уравнение  $3n = 20 \cdot 19$  не имеет натуральных решений. Противоречие.

***Критерии оценки.***

- 1) Верное решение — 7 баллов.
- 2) Замечание, что общее количество побед равно общему числу ничьих и равно общему числу поражений – 2 балла. Если после этого

получено неверное уравнение  $3n = 190$ , т. е. считается общее, а не удвоенной число игр, то 3 балла.

5. По кругу каким-то образом расставили все натуральные числа от 1 до 15 (каждое число встречается один раз). Для каждой пары соседних чисел нашли разность большего и меньшего.

а) Могли ли все полученные разности быть не меньше 7?

б) Могли ли все полученные разности быть не меньше 8?

Не забудьте объяснить свой ответ.

*Ответ:* а) возможно, например таким образом:

8 – 1 – 9 – 2 – 10 – 3 – 11 – 4 – 12 – 5 – 13 – 6 – 14 – 7 – 15 – 8,

нужно начинать с 8; б) нет, так как у числа 8 нет двух соседей.

***Критерии оценки.***

1) Верный пример в п а) — 3 балла.

2) Верный пример в пункте а) и доказательство пункта б) — 7 баллов.

**8 КЛАСС**

1. Используя каждую из цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 ровно по одному разу, знаки арифметических действий и скобки, получите число 2023.

*Ответ:* например,  $4 \cdot 5(97 + 8 - 6 + 1) + 23 = 2023$ .

***Критерии оценки.***

- 1) Для получения полного балла (7 баллов за задачу) достаточно наличие верного примера.
2. Агроном Василий Иванович заметил, что если бы длина его прямоугольного поля была больше на 20 метров, то периметр поля был бы больше в 2 раза. А если бы ширина поля была больше в 2 раза, то периметр поля был бы больше на 18 метров. Чему равна площадь поля?

*Ответ:*  $99 \text{ м}^2$ .

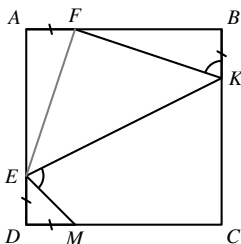
*Решение (первый способ).* Если ширина поля увеличилась в 2 раза, то к периметру просто прибавилась два раза ширина поля, но по условию задачи это изменение равно 18 метрам, значит ширина поля равна 9 метрам. При увеличении длины на 20 метров периметр поля увеличится на 40 метров, но (по условию) это изменение равно периметру поля (так как периметр увеличился вдвое). Стало быть, периметр поля равен 40 метров. Тогда длина и ширина в сумме составляют 20 метров, а ширина равна 9 метрам, поэтому длина равна 11 метрам, а площадь  $9 \cdot 11 = 99 \text{ (м}^2\text{)}$ .

*Решение (второй способ).* По сути, то же самое, но с буквенными обозначениями. Пусть длина поля равна  $x$ , а ширина поля равна  $y$ . Тогда периметр равен  $2x + 2y$ . При увеличении длины поля на 20 метров получается прямоугольник с длиной  $x + 20$  и шириной  $y$ , его периметр равен  $2(x + 20) + 2y$ , по условию это равно  $2(2x + 2y)$ . Получили уравнение:  $2(x + 20) + 2y = 2(2x + 2y)$ , откуда  $2x + 2y = 40$ , тогда  $x + y = 20$  м. При увеличении ширины исходного поля в 2 раза получаем прямоугольное поле с длиной  $x$ , шириной  $2y$  и периметром  $2x + 4y$ , что по условию равно  $2x + 2y + 18$ . Из уравнения  $2x + 4y =$

$= 2x + 2y + 18$  получаем, что  $2y = 18, y = 9$  (метров). Тогда  $x = (x + y) - y = 20 - 9 = 11$  (метров), а площадь равна  $9 \cdot 11 = 99$  (м<sup>2</sup>).

**Критерии оценки.**

- 1) Верный ответ без обоснования и без примера подходящей длины и ширины — ставить 1 балл.
- 2) Верный ответ без обоснования, но с указанием, при какой длине и ширине он получается, — ставить 2 балла.
3. На сторонах квадрата отложили 4 равных отрезка (как на рисунке). Докажите, что два отмеченных угла равны.



*Решение.* Заметим, что треугольники  $AFE$  и  $FBK$  равны. Следовательно  $\triangle FEK$  — равнобедренный.  $\triangle MED$  также равнобедренный, то есть  $\angle FEK = \angle MED = 45^\circ$ . Отсюда получаем, что  $\angle MEK + \angle AEF = 90^\circ$ . Но  $\angle AEF = \angle BFK$ , то есть  $\angle MEK = 90^\circ - \angle BFK = \angle FKB$ .

**Критерии оценки.**

- 1) Доказано, что треугольник  $EFK$  — равнобедренный прямоугольный треугольник — 2 балла.
4. Имеется 7 одинаковых по внешнему виду монет. Среди них 5 настоящих (все одинакового веса) и две фальшивые (весят одинаково, но легче настоящих). Как с помощью двух взвешиваний на чашечных весах без гирь найти три настоящие монеты?

*Решение.* Занумеруем монеты (1, 2, ..., 7). Первое взвешивание: положим на каждую чашу весов по три монеты: 1, 2, 3 и 4, 5, 6. А) Если

чаши уравновесились, то на каждой чаше находится по одной фальшивой монете и 7-ая монета настоящая. Вторым взвешиванием сравниваем монеты 1 и 2. Если они уравновесились, то 1 и 2 монеты настоящие. Если 1-ая монета легче, то 2 и 3 настоящие. Б) Если монеты 1, 2, 3 легче, то монеты 4, 5, 6 — настоящие.

**Критерии оценки.**

- 1) Если в решении описаны не все результаты взвешивания, то решение оценивается не более, чем в два балла.
5. Какое наибольшее количество клеток можно отметить на шахматной доске так, чтобы с любой из них на любую другую отмеченную клетку можно было пройти ровно двумя ходами шахматного коня?

*Ответ:* 8.

*Решение.* Заметим, что одним ходом конь может перепрыгнуть не более чем через одну горизонталь или через одну вертикаль. Следовательно, все отмеченные клетки должны находиться в квадрате  $5 \times 5$ . Пусть конь находится на клетке какого-то цвета (белой или чёрной), тогда, сделав один ход, он окажется на клетке противоположного цвета. Таким образом, за два хода он окажется на клетке того же цвета, т. е. отмеченными должны быть клетки одного цвета. При этом клетки, расположенные на одной диагонали через клетку, не могут быть отмечены (за два хода из одной из них в другую конь не попадёт).

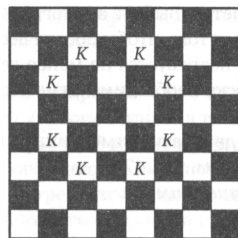
Рассмотрим теперь квадрат  $5 \times 5$ . Без ограничения общности можно считать, что в нём 13 чёрных клеток и 12 белых. Предположим, что в нём отмечены белые клетки. Заметим, что в таком квадрате четыре белые диагонали. На каждой из них может быть отмечено не более двух клеток, иначе на диагонали найдутся две клетки, расположенные через одну. Значит, может быть отмечено не более восьми клеток.

Допустим, что отмеченные клетки чёрные. Первым ходом с отмеченной чёрной клетки мы попадаем на белую, а с любой белой клетки внутри нашего квадрата за один ход можно попасть не более чем на 6



чёрных клеток. Следовательно, в этом случае отмеченных клеток не более семи. Таким образом, больше восьми клеток отмечено быть не может.

Пример для восьми отмеченных клеток см. на рисунке. Нетрудно убедиться, что он удовлетворяет условию задачи.



***Критерии оценки.***

- 1) За верный, но не обоснованный ответ с правильной расстановкой — 3 балла.

## 9 КЛАСС

1. Найдите какое-нибудь натуральное число, которое делится на 2023, а сумма его цифр равна 2023.

*Ответ:* 2023 ... 202320232023 (число 2023 повторяется 289 раз), так как  $2023 = 7 \cdot 289$ .

### *Критерии оценки.*

- 1) Верный пример — 7 баллов.
2. Можно ли представить в виде суммы квадратов выражение:

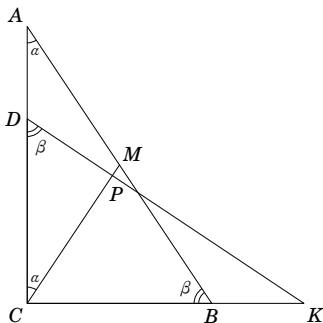
$$x^2 + y^2 + z^2 - 5y + 7x + xz + 1 ?$$

*Ответ:* нельзя.

*Решение.* Сумма квадратов может принимать только неотрицательные значения, а при  $x = z = 0, y = 1$  это выражение отрицательное.

### *Критерии оценки.*

- 1) Ответ без обоснования оценивается в 0 баллов.
3. Два равных прямоугольных треугольника  $ABC$  и  $CDK$  имеют общий прямой угол  $C$ . Докажите, что медиана  $CM$  треугольника  $ABC$  перпендикулярна стороне  $DK$  треугольника  $CDK$ .



*Решение.* Пусть  $P$  — точка пересечения стороны  $DK$  и медианы  $CM$ . Тогда треугольник  $CPD$  — прямоугольный ( $\triangle CMA$  — равнобедренный,  $\angle MCA = \angle MAC = \alpha$ ,  $\angle KDC = \beta$ , поскольку треугольники  $ABC$  и  $CDK$  равны, то  $\alpha + \beta = 90^\circ$ ).

***Критерии оценки.***

- 1) Решение задачи в частном случае (равнобедренные треугольники, конкретные углы в треугольниках) оценивается в 1 балл.
4. Можно ли разложить 225 камешков в 15 куч так, чтобы не было куч с равным количеством камешков, однако после произвольного разделения любой кучи на две меньших, это свойство нарушалось?

*Решение.* Можно, например, взять 15 кучек с количеством камней в них равными 1, 3, 5, ..., 29. Тогда при любом делении кучки с нечётным числом камней получится две кучки, одна из которых будет также с нечётным числом камней, т. е. будет повторяться.

***Критерии оценки.***

- 1) Только верный пример без обоснования, что условие задачи выполнено — 3 балла.
5. Фигура «принц» может ходить на одну клетку вверх, или на одну клетку вправо, или на одну клетку по диагонали влево вниз. Может ли «принц», начиная из левого верхнего угла доски  $8 \times 8$  клеток, обойти всю доску, побывав на каждой клетке ровно по одному разу?

*Ответ:* не может.

*Решение.* Занумеруем строки снизу вверх и столбцы слева направо числами 0, 1, ..., 7. Каждой клетке поставим в соответствие сумму  $x = i + j$  номеров строки и столбца, на пересечении которых эта клетка находится (см. рис. 1). «Принц» начинает свой путь из клетки с номером 0. При каждом ходе «принца» число  $x$  либо увеличивается на 1, либо уменьшается на 2.

7	8	9	10	11	12	13	14
6	7	8	9	10	11	12	13
5	6	7	8	9	10	11	12
4	5	6	7	8	9	10	11
3	4	5	6	7	8	9	10
2	3	4	5	6	7	8	9
1	2	3	4	5	6	7	8
0	1	2	3	4	5	6	7

Рис. 1

1	2	0	1	2	0	1	2
0	1	2	0	1	2	0	1
2	0	1	2	0	1	2	0
1	2	0	1	2	0	1	2
0	1	2	0	1	2	0	1
2	0	1	2	0	1	2	0
1	2	0	1	2	0	1	2
1	2	0	1	2	0	1	2

Рис. 2

Поэтому остатки от деления числа  $x$  на 3 изменяются в следующей последовательности: 0, 1, 2, 0, 1, 2, ... Удалим с доски клетку 0. Оставшиеся 63 клетки окрасим в диагональную раскраску в три цвета: 0, 1, 2. Нулевым цветом будут окрашены 20 клеток, первым цветом — 22 клетки, вторым цветом — 21 клетка (см. рис. 2). Предположим, что «принцу» удалось побывать в каждой клетке доски по одному разу. Тогда 63 клетки разбиваются на 21 тройку клеток, идущих по ходу «принца». Тогда в каждой тройке ровно одно число каждого цвета, то есть клеток каждого цвета должно быть ровно 21. Получили противоречие.

***Критерии оценки.***

- 1) Ответ без обоснования оценивается в 0 баллов.
- 2) Если приведена классификация клеток по остаткам от деления на 3, либо идея 3-цветной раскраски, но в подсчётах допущены ошибки — 3 балла.

## 10 КЛАСС

1. Решите уравнение в целых числах  $x^2 + x + 1 = y^2$ .

*Ответ:*  $(-1; -1)$ ,  $(-1; 1)$ ,  $(0; 1)$ ,  $(0; -1)$ .

*Решение.* Перепишем уравнение в виде  $y^2 = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}$ . Оно равносильно равенству  $(2y - 2x - 1)(2y + 2x + 1) = 3$ . Так как  $x$  и  $y$  — целые, то и сомножители в левой части равенства целые и будут являться делителями числа 3, т. е. принимают значения  $-3, -1, 1, 3$ . Таким образом, получаем совокупность из четырёх систем:

$$\begin{cases} 2y - 2x - 1 = 1 \\ 2y + 2x + 1 = 3, \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2y - 2x - 1 = 3 \\ 2y + 2x + 1 = 1, \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2y - 2x - 1 = -3 \\ 2y + 2x + 1 = -1, \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2y - 2x - 1 = -1 \\ 2y + 2x + 1 = -3. \end{cases}$$

Решая их, находим четыре пары решений.

### *Критерии оценки.*

- 1) Для получения полного балла (7 баллов за задачу) необходимо найти четыре решения. Если потеряно хотя бы одно решение, за задачу ставится не более трёх баллов.
2. Найдите значения  $a$  и  $b$ , при которых выражение  $a^3 + b^3 + ab$  принимает наименьшее значение, если известно, что  $a + b = 1$ .

*Ответ:*  $a = b = \frac{1}{2}$ .



**Критерии оценки.**

1) Верное решение — 7 баллов.

4. У Винни Пуха и Пятачка было по коробке конфет, в которых одинаковое число конфет, и они ждали в гости друзей. Пятачок разложил конфеты из своей коробки на 8 блюдец поровну, а остаток — меньше 8 — положил себе в карман. Винни Пух разложил часть конфет из своей коробки на другие 9 блюдец поровну, а остальные (их было больше 9) — положил себе в карман. После того, как Винни Пух положил себе в карман ещё и все конфеты с одного блюда Пятачка, у него в кармане стало 60 конфет. Сколько конфет в кармане Пятачка?

*Ответ:* 6 конфет.

*Решение.* Пусть  $n$  — количество конфет в одной коробке,  $t$  — количество конфет, которое положил Пятачок на каждое из своих 8 блюдец,  $q$  — количество конфет, которое положил Винни Пух на каждое из своих 9 блюдец Винни Пух, а  $R_1$  и  $R_2$  — это количество конфет, которые положил в свой карман Пятачок и Винни Пух соответственно. Тогда по условию

$$n = 8t + R_1 = 9q + R_2, \quad (1)$$

$$t + R_2 = 480. \quad (2)$$

Выражаем  $t$  из (2) и получаем, что  $480 + R_1 = 9(q + R_2)$ . Проверяем, что  $R_1$  может равняться только 6.

**Критерии оценки.**

- 1) Обоснованно получен верный ответ — 7 баллов.  
 2) Правильно составлена система, но получен неверный ответ из-за арифметической ошибки — 4 балла.
5. Разрешаются следующие преобразования четвёрок  $(a, b, c, d)$  целых чисел:

$$(1) (b, a, c, d);$$

$$(2) (a, b, d, c);$$

$$(3) (a + d, b, c + b, d);$$

$$(4) (a, b - c, c, d - a).$$

Можно ли с помощью некоторого числа указанных преобразований перейти от четвёрки  $(20, 20, 23, 23)$  к четвёрке  $(2020, 2020, 2023, 2023)$ ?

*Ответ:* нельзя.

*Решение.* Инвариант, т. е. величина, которая не изменяется при всех таких преобразованиях четвёрки чисел  $(a, b, c, d)$ , есть число равное  $ab - cd$ , поэтому, если до преобразований он был равен  $(-129)$ , то и в конце должен оставаться таким же. Однако, у второй четвёрки он равен  $(-12129)$ . Значит, желаемого достичь не удастся.

***Критерии оценки.***

- 1) Оценка без обоснования – 0 баллов. Если найден инвариант, но решение не доведено до конца, решение оценивается не более чем в три балла.



**11 КЛАСС**

1. Решите уравнение  $x^3 + 3x^2 + 3x + 3 = 0$ .

*Ответ:*  $-1 - \sqrt[3]{2}$ .

*Решение.* Запишем уравнение в виде  $x^3 + 3x^2 + 3x + 1 = -2$ . Тогда получим

$$(x + 1)^3 = -2 \Leftrightarrow x + 1 = -\sqrt[3]{2} \Leftrightarrow x = -1 - \sqrt[3]{2}.$$

***Критерии оценки.***

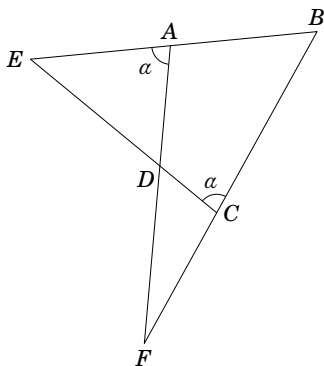
- 1) Ответ без решения оценивается в 0 баллов.
  - 2) Выделение полного куба в уравнении оценивается в 1 балл.
2. Пусть  $S(N)$  – сумма цифр натурального числа  $N$ . Найдите все такие  $N$ , для которых справедливо равенство  $N + S(N) = 2023$ .

*Ответ:* 1995, 2015.

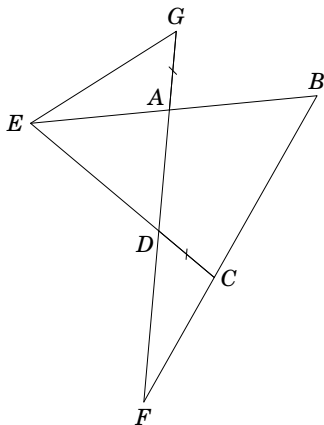
*Решение.* Заметим, что искомое число четырёхзначное, т. е.  $N = 1000a + 100b + 10c + d$ . Следовательно,  $1001a + 101b + 11c + 2d = 2023$ . Если  $a = 1$ , то  $101b + 11c + 2d = 1022$ . В этом случае  $b = 9$ ,  $c = 9$ ,  $d = 7$ . Если  $a = 2$ , то  $101b + 11c + 2d = 21$ . Тогда  $b = 0$ ,  $c = 1$ ,  $d = 5$ .

***Критерии оценки.***

- 1) Правильный ответ без обоснования, что других решений нет — 2 балла.
  - 2) Найден только один из вариантов — 0 баллов.
3. Вписанный четырёхугольник  $ABCD$  не имеет параллельных сторон. Лучи  $BA$  и  $CD$  пересекаются в точке  $E$ , а лучи  $AD$  и  $BC$  — в точке  $F$ . Докажите, что если  $AE = CF$ , то  $DE = DF$ .



*Решение (первый способ).* Пусть  $\angle EAD = \alpha$ . Тогда  $\angle BAD = 180^\circ - \alpha$ , а так как  $ABCD$  вписанный, то по сумме противоположных углов  $\angle BCD = 180^\circ - \angle BAD = 180^\circ - (180^\circ - \alpha) = \alpha$ , а  $\angle FCD = 180^\circ - \alpha$ . По теореме синусов для  $\triangle ADE$  выполняется равенство  $\frac{AE}{\sin \angle EDA} = \frac{DE}{\sin \alpha}$ , откуда  $DE = \frac{AE \sin \alpha}{\sin \angle EDA}$ . А по теореме синусов для  $\triangle CDF$  выполняется равенство  $\frac{CF}{\sin \angle CDF} = \frac{DF}{\sin(180^\circ - \alpha)}$ , откуда  $DF = \frac{CF \sin(180^\circ - \alpha)}{\sin \angle CDF}$ . Но так как  $AE = CF$  (по условию), а  $\angle EDA = \angle CDF$  (как вертикальные), то  $\frac{AE \sin \alpha}{\sin \angle EDA} = \frac{CF \sin \alpha}{\sin \angle CDF}$ , откуда  $DE = DF$ .



*Решение (второй способ).* На продолжении луча  $DA$  за точку  $A$  выберем точку  $G$  так, что  $AG = DC$ . Так как  $AE$  — общая,  $AG = DC$

(по построению) и  $\angle GAE = 180^\circ - \angle DAE = \angle DCF$  (доказывается также, как в первом способе), то  $\triangle GAE = \triangle DCF$  (по первому признаку), поэтому  $\angle AGE = \angle CDF$ . Но  $\angle CDF = \angle ADE$ . Тогда в треугольнике  $GDE$  два угла ( $\angle DGE$  и  $\angle GDE$ ) равны, поэтому он равнобедренный,  $GE = DE$ . Но (из равенства треугольников  $GAE$  и  $DCF$ )  $GE = DF$ . Поэтому  $DE = DF$ .

### Критерии оценки.

- 1) За доказательство промежуточного факта, что  $\angle DCF = 180^\circ - \angle EAD$ , — ставить 1 балл.
4. На отрезке  $[0, 1]$  числовой прямой расположены три точки  $a, b, c$ . Докажите, что найдётся точка  $x$  из отрезка  $[0, 1]$  такая, что

$$\frac{1}{|x - a|} + \frac{1}{|x - b|} + \frac{1}{|x - c|} < 20.$$

*Решение.* Для каждой из трёх точек рассмотрим  $0,15$ -окрестность. Суммарная длина этих окрестностей будет  $0,9 < 1$ . Следовательно, на отрезке найдётся точка  $x$  такая, что расстояние от неё до любой из трёх точек больше  $0,15$ . Поэтому обратная величина каждого из расстояний будет меньше  $\frac{100}{15}$ , а их сумма меньше 20. Что и требовалось доказать.

### Критерии оценки.

- 1) При решении задач перебором вариантов расположения чисел  $a, b, c$  на отрезке  $[0, 1]$  и пропуске любого из вариантов — 0 баллов.
- 2) За арифметические ошибки снимается не более 1 балла.
5. Можно ли разбить множество чисел  $1, 2, 3, \dots, 2022, 2023$  на два, таким образом, чтобы сумма чисел одного подмножества равнялась произведению чисел второго?

*Ответ:* да.

*Решение.* Если число имеет вид  $4n + 3$ , тогда сумма всех чисел от 1 до  $4n + 3$  равна  $1 + \dots + (4n + 3) = (4n + 4)(4n + 3)/2 = (2n + 2)(4n + 3)$ .

Заметим, что верна формула:  $(a-1)(b-1) = ab - (a-1) - (b-1) - 1$ . Отсюда понятно, что в нашем случае нужно убрать 3 числа:  $1$ ,  $2n + 1 = 1011$  и  $4n + 2 = 2022$ , тогда оставшаяся сумма будет равна произведению убранных чисел, согласно формуле выше, т. е.

$$\begin{aligned} 1 \cdot (2n + 1) \cdot (4n + 2) &= 8n^2 + 8n + 2 = \\ &= 8n^2 + 14n + 6 - (1 + 2n + 1 + 4n + 2). \end{aligned}$$

***Критерии оценки.***

- 1) Приведен пример с обоснованием, что он подходит — 7 баллов.