

**XXVIII ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ПО ЭКОНОМИКЕ**

Муниципальный этап, 9 класс

С РЕШЕНИЯМИ

ТУР II. ЗАДАЧИ

Решение задач необходимо писать разборчиво. Ход решения должен быть кратко прокомментирован и обоснован, в каждой задаче четко выделен ответ.

Максимальное количество баллов – 90

Время решения задач - 140 минут

(6 задач, 90 баллов)

Задача 1 (15 баллов).

Иван С. взял в банке кредит в размере 1500000 рублей на три года под 11,5% годовых. Схема выплаты кредита: в конце года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (увеличивает долг на 11,5%), заемщик переводит в банк сумму ежегодного платежа.

Определите, какой должна быть сумма ежегодного платежа, чтобы Иван С. выплатил долг за три года (тремя равными платежами)?

Решение: Сумма платежа – X руб.

Год	Остаток после начисления процентов и платежа, рублей
0	1 500 000
1	$1\,500\,000 \times 1,115 - X$
2	$(1\,500\,000 \times 1,115 - X) \times 1,115 - X$
3	$((1\,500\,000 \times 1,115 - X) \times 1,115 - X) \times 1,115 - X$

(5 баллов)

Поскольку Иван С. выплачивает кредит за 3 года, получаем уравнение:

$$((1\,500\,000 \times 1,115 - X) \times 1,115 - X) \times 1,115 - X = 0$$

$$(1\,864\,837,5 - 1,115X - X) \times 1,115 - X = 0$$

$$2\,079\,294 - 2,358X - X = 0$$

$$2\,079\,294 = 3,358X$$

$$X = 619\,206 \text{ рублей.}$$

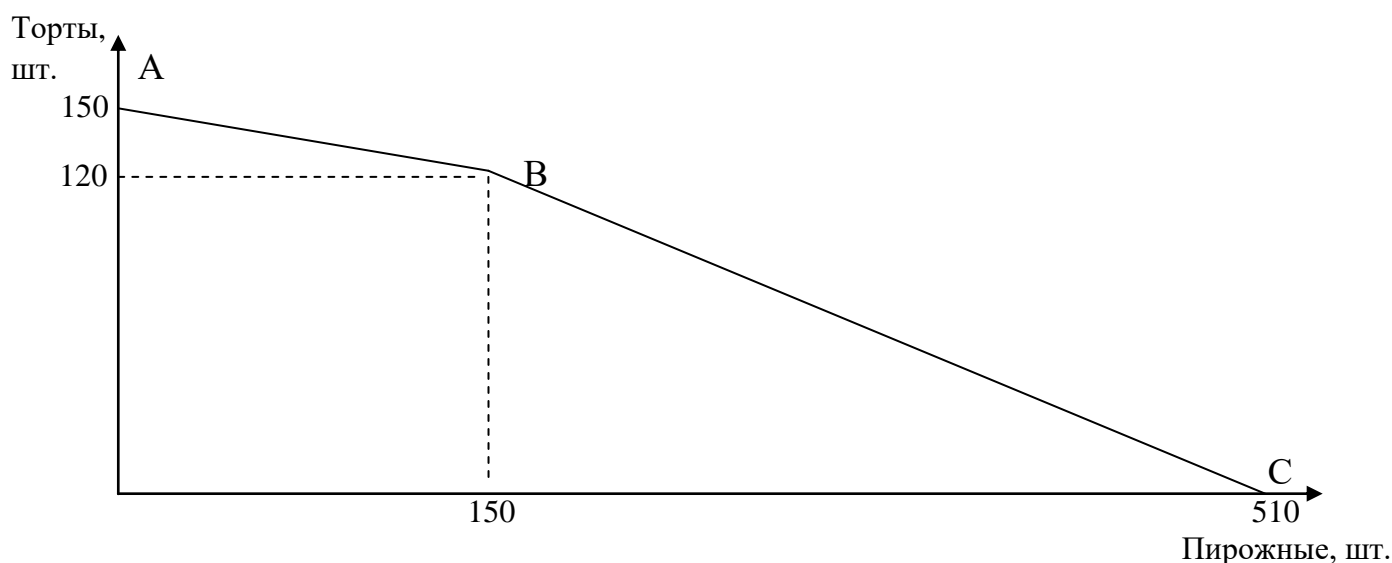
(10 баллов)

Ответ: 619 206 рублей. (участник может округлять ответ как до целых значений, так и до нескольких знаков после запятой).

Задача 2 (15 баллов).

На рисунке приведена кривая производственных возможностей двух цехов кондитерской фабрики, которая производит торты и пирожные. Цена торта на рынке – 500 рублей, цена пирожного – 30 рублей. Спрос на рынке кондитерских изделий та-

ков, что пирожные берут охотнее, чем торты, но в количестве не более 300 штук. На фабрике решили, что произведут и продадут именно 300 пирожных, а остальное - торты. Определите, чему равна общая выручка кондитерской фабрики, при условии, что она будет использовать все свои производственные мощности.



Решение:

По графику, оба цеха фабрики вместе могут произвести либо 150 тортов, либо 510 пирожных. Однако, альтернативные издержки у цехов неодинаковы, поскольку КПВ имеет излом в точке В (120 тортов; 150 пирожных).

Чтобы произвести первые 150 пирожных, необходимо будет отказаться от производства 30 тортов ($150 - 120 = 30$), на данном отрезке КПВ (отрезок АВ) альтернативные издержки производства 1 торта равны:

$$1 \text{ торт} = 150 \text{ пирожных} / 30 \text{ тортов} = 5 \text{ пирожных.}$$

(5 баллов)

На втором участке КПВ (отрезок ВС), чтобы произвести 360 пирожных, необходимо будет отказаться от производства 120 тортов. Альтернативные издержки на производство 1 торта на данном участке:

$$1 \text{ торт} = 360 \text{ пирожных} / 120 \text{ тортов} = 3 \text{ пирожных.}$$

(5 баллов)

Если производится 300 пирожных, то точка лежит на отрезке ВС. Таким образом, альтернативные издержки производства 1 торта равны 3 пирожных. Это значит, что, производя 300 пирожных, фабрика сможет произвести еще 70 тортов:

$$150 + 150 = 300 \text{ пирожных}$$

$$120 - (150/3) = 70 \text{ тортов.}$$

Выручка от продажи составит: $300 \cdot 30 + 70 \cdot 500 = 9\,000 + 35\,000 = 44\,000$ рублей.

(5 баллов)

Ответ: 44 000 рублей.

Задача 3 (15 баллов).

Для выпуска единицы продукции необходимо 6 единиц фактора А и 2 единицы фактора В. Единица фактора А стоит 5 рублей, а единица фактора В - 20 рублей.

Ресурсы могут использоваться только в заданной фиксированной пропорции так, что для увеличения выпуска в n раз необходимо увеличить использование каждого ресурса также в n раз. Никаких других ресурсов фирма не использует. Спрос на ее продукцию $Q_d = 600 - 2P$.

Определите оптимальный выпуск фирмы и величину максимальной прибыли.

Решение:

Оптимальным является выпуск продукции, максимизирующий прибыль.

$$\pi(Q) = TR(Q) - TC(Q)$$

$$TR(Q) = (300 - 0,5Q) \times Q = 300Q - 0,5Q^2$$

$$TC(Q) = (6 \times P_A + 2 \times P_B) \times Q = (6 \times 5 + 2 \times 20) \times Q = 70Q.$$

Функция прибыли имеет вид:

$$\pi = 300Q - 0,5Q^2 - 70Q = -0,5Q^2 + 230Q. \quad (6 \text{ баллов})$$

График функции прибыли – парабола ветвями вниз (**1 балл**), следовательно, вершина – в максимуме. Максимум функции достигается при объеме производства 230 ($Q = 230$) (**4 балла**).

Максимальная прибыль:

$$\pi_{\max} = 230 \times 230 - 0,5 \times 230^2 = 52\,900 - 26\,450 = 26\,450. \quad (4 \text{ балла})$$

Ответ: $Q_{\text{опт.}} = 230$, а максимальная прибыль равна 26 450 рублей.

Задача 4 (15 баллов).

Функции внутреннего спроса и предложения для товара X в стране Альфа имеют линейный вид. При $P=175$ и $Q=350$ суммарная выручка производителей достигает максимального значения. Функция предложения товара в стране $Q_s = -100 + 2P$. На мировом рынке цена на данный товар составляет 175 ден.ед. Страна Альфа имеет несущественную долю в мировой экономике, поэтому введение пошлины не повлияет на мировую цену товара X. Определите:

1) экспортером или импортером товара X является страна Альфа? Определите объем экспорта или импорта.

2) при какой ставке внешнеторговой пошлины поступления в бюджет страны А Альфа будут максимально возможными?

3) к каким последствиям приведет изменение на 50% спроса на товар X в стране Альфа в результате активной рекламы его субституттов.

Решение:

1) По условию, суммарная выручка производителей максимальна в точке $P=175$ и $Q=350$. Это точка, в которой ценовая эластичность спроса $\varepsilon_d = -1$. Следовательно, $Q_d=700$ при $P=0$, $P_d=350$ при $Q=0$. Функция спроса имеет вид: $Q_d = 700 - 2P$.

Равновесная цена на внутреннем рынке $P_e = 200$.

При мировой цене в 175 ден.ед. ($Q_d = 350$) > ($Q_s = 250$) - дефицит, т.е. объем импорта = 100.

(5 баллов)

2) t – импортная пошлина. Мировая цена с пошлиной $P = 175 + t$.

Функция импорта:

$$Q_{imp.} = Q_d(P) - Q_s(P) = 700 - 2(175 + t) - (-100 + 2(175 + t)) = 100 - 4 \cdot t$$

Функция налоговых поступлений в бюджет: $T(t) = Q_{imp.} \cdot t \rightarrow \max$

$$T(t) = (100 - 4t) \cdot t = 100t - 4t^2 \rightarrow \max$$

График функции $T(t)$ – парабола, ветви вниз, т.е. вершина – в максимуме. Достигается при $t = 12,5$.

(5 баллов)

3) Спрос на товар X снизится на 50%. Новая функция спроса в стране:

$$Q_d = 350 - P$$

Равновесная цена = 150, следовательно, при мировой цене 175 ден.ед. страна прекратит импорт и станет экспортером товара за рубеж в объеме:

$$Q_{exp.} = -100 + 2 \cdot 175 - 350 + 175 = 75.$$

(5 баллов)

Ответ: 1) страна Альфа – импортер, объем импорта – 100;

2) импортная пошлина составляет 12,5;

3) страна Альфа станет экспортировать товар X в объеме 75.

Задача 5 (15 баллов).

Функции спроса и предложения имеют вид: $Q_d = a - P$; $Q_s = P$. При $P = 4$ на рынке образуется профицит товара, численно равный по абсолютной величине эластичности спроса при данном значении цены. Определите параметр a .

Решение: Пусть при $P = 4$ $Q_d = q$.

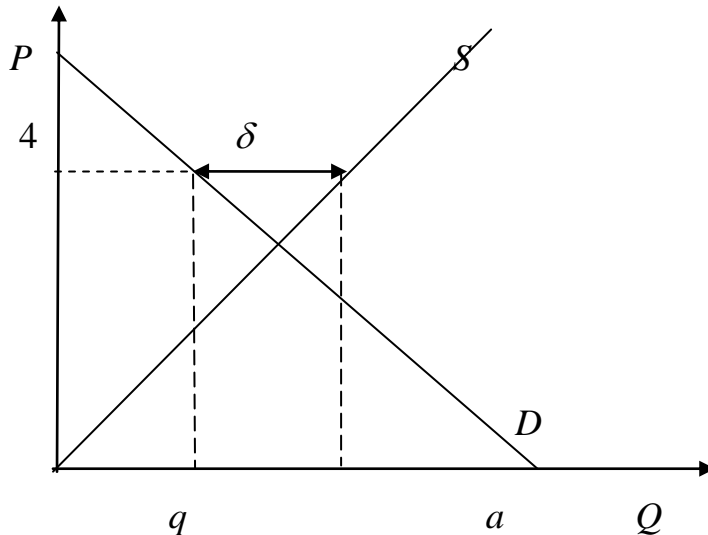
$$q = a - P = a - 4.$$

Профицит товара: $\delta = Q_s - Q_d = P - (a - P) = 4 - (a - 4) = 8 - a$. (5 баллов)

Из геометрического смысла точечной эластичности спроса по цене:

$$|\varepsilon| = \frac{a-q}{q} = \frac{a-(a-4)}{a-4} = \frac{4}{a-4}.$$

(5 баллов)



По условию, $|\varepsilon| = \delta$.

$$\frac{4}{a-4} = 8 - a. \quad 4 = 12a - a^2 - 32$$

$$a_{1,2} = \frac{12 \pm \sqrt{144 - 144}}{2} \quad a = 6.$$

(5 баллов)

Ответ: $a = 6$.

Задача 6 (15 баллов).

В уездный город \mathcal{N} приехал с инспекцией ревизор. Как он узнал, все население в городе делится на клан Добчинских и клан Бобчинских. Ревизор решил оценить степень неравенства доходов между кланами. Ревизор узнал, что Бобчинские составляют 70 процентов населения города, но получают всего 30 процентов от суммарных доходов города.

- 1) Найдите коэффициент Джини этого города.
- 2) На следующий год ревизор вновь приехал с проверкой и определил, что коэффициент Джини уменьшился в 4 раза, клан Бобчинских все так же составляет 70 процентов населения города. Определите, какую долю суммарных доходов могут получать Бобчинские.

Решение:

- 1) Есть две группы, доля бедной в населении составляет x , доля в доходе — y .

Коэффициент Джини составляет $G = x - y$.

Клан Бобчинских представляет большую часть населения и 30 процентов доходов. Таким образом, она является беднейшей. Тогда коэффициент Джини составляет

$$G_1 = x - y = 0,7 - 0,3 = 0,4.$$

(5 баллов)

2) По условию, индекс Джини уменьшился в 4 раза. Он стал равен 0,1. Также мы знаем, что распределение долей групп в общей численности населения не изменилось.

Следует рассмотреть 2 случая.

Случай 1: бедные остались бедными. Тогда:

$$x = 0,7$$

$$G = 0,1$$

$$0,7 - y = 0,1$$

$$y = 0,6$$

Значит, в первом случае семья Бобчинских получает 60 процентов (0,6) от суммарных доходов.

(5 баллов)

Случай 2: бедные стали богатыми, а богатые бедными — группы поменялись местами.

Такое могло произойти, если, например, богатые потеряли часть своих доходов, а бедные получили большие доходы. Тогда в нашем случае новые бедные теперь составляют 30 процентов от общего количества жителей города, значит:

$$x = 0,3$$

$$G = 0,1$$

$$0,3 - y = 0,1$$

$$y = 0,2$$

Но важно понимать, что $y = 0,2$ — это доходы бедной группы, а бедные теперь — клан Добчинских.

Значит, клан Бобчинских получает 80 процентов (0,8) от суммарного дохода.

(5 баллов)

Ответ: 0,6(60%) или 0,8(80%).