

**XXVIII ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ПО ЭКОНОМИКЕ**

Муниципальный этап, 10-11 класс

ТУР II. ЗАДАЧИ

С РЕШЕНИЯМИ

Решение задач необходимо писать разборчиво. Ход решения должен быть кратко прокомментирован и обоснован, в каждой задаче четко выделен ответ.

Максимальное количество баллов – 90

Время решения задач - 140 минут

(6 задач, 90 баллов)

Задача 1 (15 баллов).

Функции внутреннего спроса и предложения для товара X в стране Альфа имеют линейный вид. При $P=175$ и $Q=350$ суммарная выручка производителей достигает максимального значения. Функция предложения товара в стране $Q_s = -100 + 2P$. На мировом рынке цена на данный товар составляет 175 ден.ед. Страна Альфа имеет несущественную долю в мировой экономике, поэтому введение пошлины не повлияет на мировую цену товара X. Определите:

- 1) экспортером или импортером товара X является страна Альфа? Определите объем экспорта или импорта.
- 2) при какой ставке внешнеторговой пошлины поступления в бюджет страны Альфа будут максимально возможными?
- 3) к каким последствиям приведет изменение на 50% спроса на товар X в стране Альфа в результате активной рекламы его субституттов.

Решение:

1) По условию, суммарная выручка производителей максимальна в точке $P=175$ и $Q=350$. Это точка, в которой ценовая эластичность спроса $\varepsilon_d = -1$. Следовательно, $Q_d = 700$ при $P = 0$, $P_d = 350$ при $Q = 0$. Функция спроса имеет вид: $Q_d = 700 - 2P$.

Равновесная цена на внутреннем рынке $P_e = 200$.

При мировой цене в 175 ден.ед. ($Q_d = 350$) > ($Q_s = 250$) - дефицит, т.е. объем импорта = 100.

(5 баллов)

2) t – импортная пошлина. Мировая цена с пошлиной $P = 175 + t$.

Функция импорта:

$$Q_{imp.} = Q_d(P) - Q_s(P) = 700 - 2(175 + t) - (-100 + 2(175 + t)) = 100 - 4 \cdot t$$

Функция налоговых поступлений в бюджет: $T(t) = Q_{imp.} \cdot t \rightarrow \max$

$$T(t) = (100 - 4t) \cdot t = 100t - 4t^2 \rightarrow \max$$

(4 балла)

График функции $T(t)$ – парабола, ветви вниз, т.е. вершина – в максимуме. Достигается при $t = 12,5$.

(1 балл)

3) Спрос на товар X снизится на 50%. Новая функция спроса в стране:

$$Q_d = 350 - P$$

Равновесная цена = 150, следовательно, при мировой цене 175 ден.ед. страна прекратит импорт и станет экспортером товара за рубеж в объеме:

$$Q_{exp.} = -100 + 2 \cdot 175 - 350 + 175 = 75.$$

(5 баллов)

Ответ: 1) страна Альфа – импортер, объем импорта – 100;

2) импортная пошлина составляет 12,5;

3) страна Альфа станет экспортировать товар X в объеме 75.

Задача 2 (15 баллов).

Функции спроса и предложения имеют вид: $Q_d = a - P$; $Q_s = P$. При $P = 4$ на рынке образуется профицит товара, численно равный по абсолютной величине эластичности спроса при данном значении цены. Определите параметр a .

Решение: Пусть при $P = 4$ $Q_d = q$.

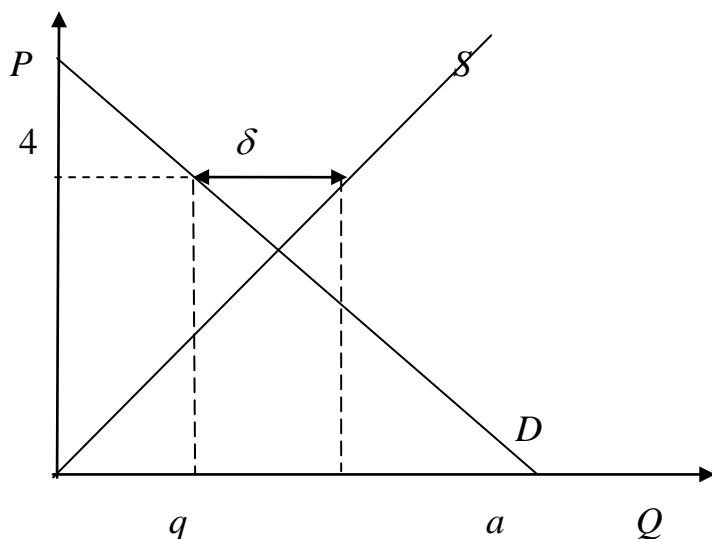
$$q = a - P = a - 4.$$

Профицит товара: $\delta = Q_s - Q_d = P - (a - P) = 4 - (a - 4) = 8 - a$. (5 баллов)

Из геометрического смысла точечной эластичности спроса по цене:

$$|\varepsilon| = \frac{a - q}{q} = \frac{a - (a - 4)}{a - 4} = \frac{4}{a - 4}.$$

(5 баллов)



По условию, $|\varepsilon| = \delta$.

$$\frac{4}{a - 4} = 8 - a. \quad 4 = 12a - a^2 - 32$$

$$a_{1,2} = \frac{12 \pm \sqrt{144 - 144}}{2} \quad a = 6.$$

(5 баллов)

Ответ: $a = 6$.

Задача 3 (15 баллов).

В стране М в 2020 году численность населения составляла 150 млн. человек, из которых 50% являлись экономически активными, уровень безработицы составлял 10%. В 2021 году численность населения страны М увеличилась на 2%, численность жителей, не являющихся экономически активными, сократилась на 30%, численность занятых возросла на треть. Определите уровень безработицы в стране М в 2021 году с точностью до сотых процента.

Решение:

2020 год:

$POP_1 = 150$ – численность населения

$L_1 = 75$ – экономически активное население (рабочая сила)

Тогда $NL_1 = 75$ – не включаемое в рабочую силу население

$$u_1 = \frac{U_1}{L_1} \cdot 100\% = 10\% \text{ – уровень безработицы} \Rightarrow$$

$U_1 = 7,5$ – численность безработных

$$L_1 = E_1 + U_1 \Rightarrow E_1 = 75 - 7,5 = 67,5 \text{ – численность занятых}$$

(5 баллов)

2021 год:

$$POP_2 = 1,02 \cdot POP_1 = 153$$

$$NL_2 = 0,7 \cdot NL_1 = 0,7 \cdot 75 = 52,5$$

$$E_2 = E_1 + \frac{1}{3}E_1 = 67,5 + \frac{1}{3} \cdot 67,5 = 90$$

$$L_2 = POP_2 - NL_2 = 153 - 52,5 = 100,5$$

$$U_2 = 100,5 - 90 = 10,5$$

$$u_2 = \frac{U_2}{L_2} \cdot 100\% = \frac{10,5}{100,5} \cdot 100\% \approx 10,45\% \text{ – уровень безработицы}$$

(10 баллов)

Ответ: уровень безработицы в 2021 году составил $\approx 10,45\%$.

Задача 4 (15 баллов).

На рынке промышленных роботов действует единственный производитель – фирма РобоПром. Представьте, что вы являетесь аналитиком антимонопольного ведомства и располагаете очень небольшим объемом информации об этой фирме.

Известно, что функция спроса на роботы и функция краткосрочных общих издержек фирмы являются линейными, а также что выручка и прибыль РобоПрома максимальны при ценах 200 и 250, соответственно.

Для обоснования уровня ценового регулирования вам необходимо определить значение средних переменных издержек.

Решение:

Функции спроса и общих издержек:

$$Q_d = a - bP \quad TC(Q) = cQ + d$$

Выручка максимальна при $P = 200$. Это точка, где $\varepsilon_d = -1$. Отсюда:

$$0 = a - 400b$$

$$a = 400b$$

В точке максимума выручки:

$$Q = 400b - bP = 400b - 200b = 200b$$

(5 баллов)

В точке равновесия фирмы-монополии $MR = MC$.

$$P = \frac{a}{b} - \frac{Q}{b} \quad MR = \frac{a}{b} - \frac{2Q}{b}$$

В точке максимума прибыли $P = 250$:

$$Q = 400b - 250b = 150b$$

(5 баллов)

MR при $Q = 150b$:

$$MR = \frac{400b}{b} - \frac{2 \cdot 150b}{b} = 100$$

$$AVC(Q) = \frac{VC}{Q} = \frac{cQ}{Q} = c = MC$$

Следовательно, $AVC(Q) = MR = 100$.

(5 баллов)

Ответ: $AVC = 100$.

Задача 5 (15 баллов).

В уездный город \mathcal{N} приехал с инспекцией ревизор. Как он узнал, все население в городе делится на клан Добчинских и клан Бобчинских. Ревизор решил оценить степень неравенства доходов между кланами. Ревизор узнал, что Бобчинские составляют 70 процентов населения города, но получает всего 30 процентов от суммарных доходов города.

1) Найдите коэффициент Джини этого города.

2) На следующий год ревизор вновь приехал с проверкой и определил, что коэффициент Джини уменьшился в 4 раза, клан Бобчинских все так же составляет 70 процентов населения города. Определите, какую долю суммарных доходов могут получать Бобчинские.

Решение:

1) Есть две группы, доля бедной в населении составляет x , доля в доходе — y .

Коэффициент Джини составляет $G = x - y$.

Клан Бобчинских представляет большую часть населения и 30 процентов доходов. Таким образом, она является беднейшей. Тогда коэффициент Джини составляет

$$G_1 = x - y = 0,7 - 0,3 = 0,4.$$

(5 баллов)

2) По условию, индекс Джини уменьшился в 4 раза. он стал равен 0,1. Также мы знаем, что распределение долей групп в общей численности населения не изменилось. Следует рассмотреть 2 случая.

Случай 1: бедные остались бедными. Тогда:

$$x = 0,7$$

$$G = 0,1$$

$$0,7 - y = 0,1$$

$$y = 0,6$$

Значит, в первом случае семья Бобчинских получает 60 процентов (0,6) от суммарных доходов.

(5 баллов)

Случай 2: бедные стали богатыми, а богатые бедными — группы поменялись местами.

Такое могло произойти, если, например, богатые потеряли часть своих доходов, а бедные получили большие доходы. Тогда в нашем случае новые бедные теперь составляют 30 процентов от общего количества жителей города, значит:

$$x = 0,3$$

$$G = 0,1$$

$$0,3 - y = 0,1$$

$$y = 0,2$$

Но важно понимать, что $y = 0,2$ — это доходы бедной группы, а бедные теперь — клан Добчинских.

Значит, клан Бобчинских получает 80 процентов (0,8) от суммарного дохода.

(5 баллов)

Ответ: 0,6 (60%) или 0,8 (80%).

Задача 6 (15 баллов).

Бистро «ПростоВкусно» стало популярным благодаря своим выгодным обеденным предложениям, которые готовятся по технологии $Q = 100L$, где Q — количество выпускаемых в месяц обедов, L — количество задействованных в данном месяце работников. При этом кафе является несовершенным конкурентом как на рынке самих обедов (месячный спрос на обеды в этом кафе имеет вид $Q_d = 4400 - 4P$), так и на рынке труда (функция предложения труда данной фирме имеет вид $w_s = 160L$).

В связи с приходом на рынок крупной сети кафе «Ешь-да-Пей» конкуренция фирм на рынке труда заметно обострилась. Эта сеть предлагает настолько высокую зарплату, что если «ПростоВкусно» не предпримет никаких действий, цена предложения труда данному кафе вырастет в следующем месяце до $w_s = 250L$.

В качестве одной из мер неценовой борьбы с конкурентом менеджеры быстро рассматривают возможность предоставления каждому сотруднику 20 бесплатных обедов в месяц. По их оценкам, в случае введения этого бонуса функцию предложения труда данной фирме удастся удержать на прежнем уровне.

Будет ли фирме выгодно введение системы бесплатных обедов? Свой ответ подтвердите расчетами.

Решение:

Обратная функция спроса имеет вид $P_d = 1100 - 0,25Q$.

Если фирма не введет систему бесплатных обедов, функция ее прибыли:

$$\pi(L) = (1100 - 0,25 \cdot 100L) \cdot 100L - 250L \cdot L - FC = 110000L - 2750L^2 - FC.$$

Максимум прибыли достигается в вершине параболы, и значит

$$L^* = \frac{110000}{5500} = 20,$$

$$\pi_{\max} = 1100000 - FC. \quad (7 \text{ баллов})$$

Если же система бесплатных обедов будет введена, количество обедов, доступных к продаже, уменьшится при каждом L на величину $20L$ и составит:

$$100L - 20L = 80L.$$

При этом предложение труда будет описываться уравнением $w_s = 160L$. В итоге функция прибыли примет вид:

$$\pi(L) = (1100 - 0,25 \cdot 80L) \cdot 80L - 160L \cdot L - FC = 88000L - 1760L^2 - FC.$$

В этом случае оптимальное количество работников составит $L^* = \frac{88000}{3520} = 25$, а максимальная прибыль будет равняться $1100000 - FC$, то есть не изменится по сравнению с первым случаем.

(8 баллов)

Ответ: введение системы бесплатных обедов не принесет фирме дополнительной выгоды, так как прибыль фирмы в случае ее введения и в случае ее невведения одинакова.